
APIO '07

Asia-Pacific Informatics Olympiad

12th May, 2007

시험시간: 5 시간

3 문제

All questions should be attempted

문제 1

모빌(Mobiles)

입력 파일: *mobiles.in*

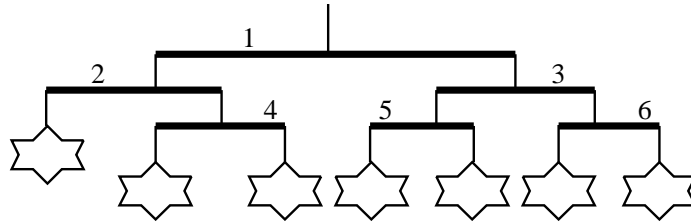
출력 파일: *mobiles.out*

시간과 메모리 제한: 1 초, 32 MB

어린 남동생 Ike 를 위해 선물을 사려고 한다. 그러나 Ike 는 선물에 대해 아주 특이한 취향이 있다. Ike 는 특정 형태로 구성된 선물 만을 좋아한다.

한 가게에서 모빌을 팔고 있는 것을 발견하였다. 모빌은 여러 층으로 구성된 장식으로 보통 천정에 매달아 놓는다. 각각의 모빌은 수평인 막대들이 아래 그림과 같이 줄로 매어져 있는 것이다. 각 수평 막대의 양 끝에 줄이 매어 있으며, 이 줄은 또 다른 수평 막대에 묶여 있거나 아니면 장난감이 묶여 있다.

아래의 그림은 모빌의 한 예를 보여 준다:



동생 Ike 를 만족 시키기 위하여, 다음과 같은 제약 조건을 만족하도록 구성을 바꿀 수 있는 모빌을 찾아야 한다:

- (i) 모든 장난감은 같은 레벨에 매달려 있거나 또는 임의의 두 장난감이 같은 레벨이 아니라면 레벨의 차이는 1이다. (장난감의 레벨이란 천정까지 연결된 수평 막대의 수를 일컫는다.)
- (ii) 만일 두 개의 장난감이 매달린 레벨이 다르다면, 왼쪽에 있는 장난감이 오른쪽의 장난감보다 아래에 있어야 한다.

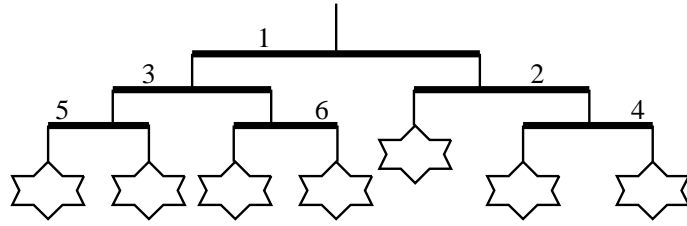
모빌들은 막대의 양끝의 줄을 바꾸어 매어 구성을 바꿀 수 있다. 이는 막대의 왼쪽과 오른쪽 끝에 매어 있는 줄을 풀어 반대쪽 끝에 (즉, 각각 오른쪽과 왼쪽 끝에) 다시 매어 놓으면 된다. 이런 작업은 그 밑에 매달려있는 막대나 장난감의 구성을 변화시키지는 않는다.

여러분들은 정보올림피아드를 위하여 훈련하여 왔으므로, 단련한 실력을 발휘하여 주어진 모빌이 Ike 가 좋아하는 선물이 되도록 구성을 바꿀 수 있는지를 결정하는 알고리즘을 설계하여라.

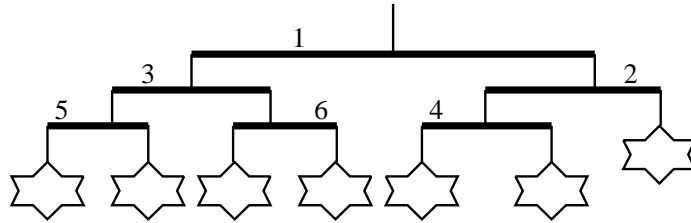
예로서, 앞의 그림에 주어진 모빌을 고려하여 보자. Ike 는 이 모빌을 좋아하지 않을 것이다. 이 모빌은 제약조건 (i)을 만족하지만 조건 (ii)는 만족하지 못한다 - 가장 왼쪽 끝에 있는 장난감이 오른쪽에 있는 장난감들 보다 높은 레벨에 놓여있다.

그러나 이 모빌은 Ike 가 좋아하는 모습으로 바꿀 수 있다. 아래와 같이 바꾸면 된다.

1. 우선 1번 막대의 양쪽 끝을 서로 바꾼다. 이런 바꿈으로 2번 막대와 3번 막대의 위치가 바뀌게 되어, 그 결과는 아래의 그림과 같이 된다.



2. 그 다음으로, 2번 막대의 양쪽 끝을 서로 바꾼다. 이렇게 하면 4번 막대가 2번 막대의 왼쪽 끝으로, 장난감은 오른쪽 끝으로 옮겨지게 된다.



이 결과는 Ike 가 좋아하는 구성이 된다. 모든 장난감들이 매달린 레벨의 차이는 많아야 1 이며, 아래 레벨에 있는 장난감들은 위 레벨에 있는 장난감들 보다 모두 왼쪽에 위치하고 있다.

여러분들이 수행하여야 할 작업은 주어진 모빌에 대하여, Ike 가 좋아하는 모습으로 다시 구성하려고 할 때 (만일 가능하다면), 막대의 양쪽 끝의 줄을 서로 바꾸어 매는 작업의 최소 회수를 결정하는 것이다.

입력

입력의 첫째 줄에 모빌에 있는 막대의 수를 나타내는 정수 n 이 주어진다 ($1 \leq n \leq 100\,000$). 막대들은 1 부터 n 까지 번호가 매겨져 있다.

그 다음 n 줄은 각 막대의 연결을 보여준다. 이들 중 i 번째 줄은 i 번 막대의 연결을 보여준다. 이들 각 줄에는 두 개의 정수 l 과 r 이 빈칸 하나를 사이에 두고 주어진다. l 과 r 은 각각 막대의 왼쪽 끝과 오른쪽 끝에 무엇이 매달려 있는지를 보여준다. 만일 장난감이 매달려 있으면 해당되는 정수 l 또는 r 은 -1 이고, 막대가 매달려 있으면 해당되는 정수 l 또는 r 은 그 막대의 번호가 주어진다.

만일 i 번 막대 아래에 다른 막대가 매어져 있는 경우, 그 막대의 번호는 반드시 i 보다 크게 주어진다. 모빌의 맨 위에 위치한 막대의 번호는 1 번이다.

출력

첫 줄에 Ike 가 좋아하는 모습으로 모빌을 다시 구성할 때, 필요한 막대의 양쪽 끝의 줄을 서로 바꾸어 매는 작업의 최소 회수를 나타내는 정수 하나를 출력한다. 만일 구성이 불가능하면, -1 을 출력하여야 한다.

입력 예

6
2 3
-1 4
5 6
-1 -1
-1 -1
-1 -1

출력 예

2

설명

입력 예는 제일 처음 주어진 그림에 대한 입력을 나타낸다.

배점

각각의 입력에 대해 올바른 답을 출력 파일에 출력이 되면 100%가 주어진다. 틀리면 0%가 주어진다.

문제 2

백업(Backup)

입력 파일: *backup.in*

출력 파일: *backup.out*

시간과 메모리 제한: 1 초, 32 MB

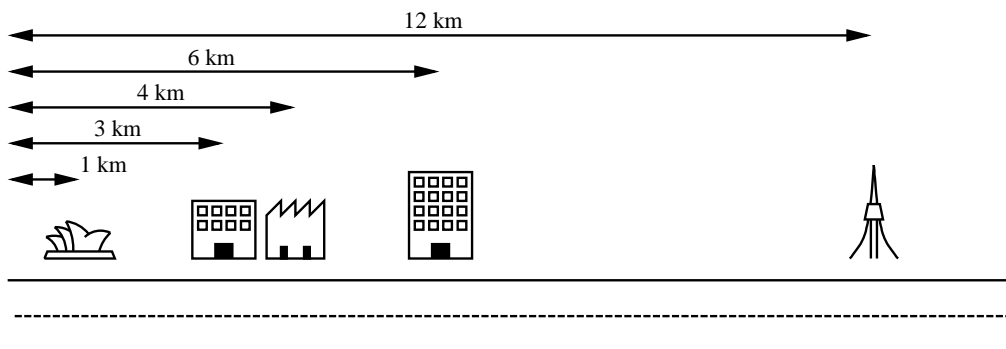
당신은 큰 회사들의 컴퓨터 자료를 백업하여주는 정보통신회사를 운영한다. 자료 백업이 즐거운 일이 아니므로, 당신은 서로 다른 두 회사의 자료를 서로 백업하여 주는 시스템을 개발하여 당신이 집에서 게임을 즐기는 동안 백업이 이루어지게 하려 한다.

모든 회사들은 직선인 길을 따라 위치하고 있다. 당신은 서로 백업을 하여 줄 두 회사를 짝 지어 주어야 하는데, 두 회사 사이에 네트워크 케이블을 연결 사용하여야 한다.

네트워크 케이블은 대단히 비쌀 뿐 아니라, 지역 통신 회사에서는 당신에게 오직 k 개의 네트워크 케이블을 제공한다 - 이 말은 당신이 오직 k 쌍의 회사에만 백업을 할 수 있다는 뜻이다 (전체 $2k$ 개의 회사). 어떤 회사도 두 개 이상의 쌍에 속할 수는 없다 (즉, 여기 $2k$ 개의 회사가 모두 다른 회사라는 것을 뜻한다).

통신 회사는 네트워크 케이블의 길이를 km 단위로 경비를 부과한다. 따라서 당신은 가장 짧은 길이의 케이블을 사용하도록 회사들을 k 쌍으로 짝지어야 한다. 다시 말하자면, 회사들을 짝짓기 하는데, 짝지어진 두 회사간의 거리들의 전체 합을 최소화 하도록 짝을 지어야 한다는 것이다.

예를 들어, 아래 그림과 같이 다섯 개의 고객회사들이 같은 길 위에 위치한다고 하자. 이 회사들은 각각 길의 출발점에서 기준하여 1 km, 3 km, 4 km, 6 km 그리고 12 km 에 위치하고 있다. 통신회사에서는 오직 $k = 2$ 케이블만을 제공한다.



이 예에서 최선의 짝 짓기 방법은 첫 번째와 두 번째 회사, 그리고 세 번째와 네 번째 회사를 묶어 주는 것이다. $k = 2$ 케이블 만을 사용하게 되며, 첫 번째 케이블의 길이는 $3 \text{ km} - 1 \text{ km} = 2 \text{ km}$ 이고, 두 번째 케이블의 길이는 $6 \text{ km} - 4 \text{ km} = 2 \text{ km}$ 이다. 이와 같은

짜짓기는 전체 4 km 의 네트워크 케이블을 사용하게 되며, 실제 가능한 가장 짧은 경우이다.

입력

입력의 첫 번째 줄에는 정수 n 과 k 가 주어지는데, 각각 길 위의 회사 수 ($2 \leq n \leq 100\,000$), 그리고 제공되는 네트워크 케이블 수 ($1 \leq k \leq \frac{1}{2}n$) 를 의미한다.

그 다음 n 줄에는 각각 하나의 정수 s ($0 \leq s \leq 1\,000\,000\,000$) 가 주어지며, 이 정수는 길의 출발점에서 각 회사까지의 거리를 의미한다. 이 정수들은 가장 작은 것에서 가장 큰 것 까지 순서대로 나타난다. 어떤 두 개의 회사도 같은 지점에 있지 않다.

출력

출력은 반드시 하나의 양의 정수로 표현되어야 하는데, 이것은 $2k$ 의 서로 다른 회사를 k 쌍으로 묶었을 때 필요한 가장 짧은 전체 네트워크 케이블의 길이이다.

입력 예

5 2
1
3
4
6
12

출력 예

4

설명

위의 입력 예는 앞에서 설명한 예를 표현한 것이다.

배점

주어진 입력에 대하여 옳은 답이 출력과일에 쓰여졌을 때 100%가 주어지고, 그렇지 않은 경우 0%가 주어진다. 테스트 데이터에 $n \leq 20$ 인 경우가 30%이고, $n \leq 10\,000$ 인 경우가 60%이다.

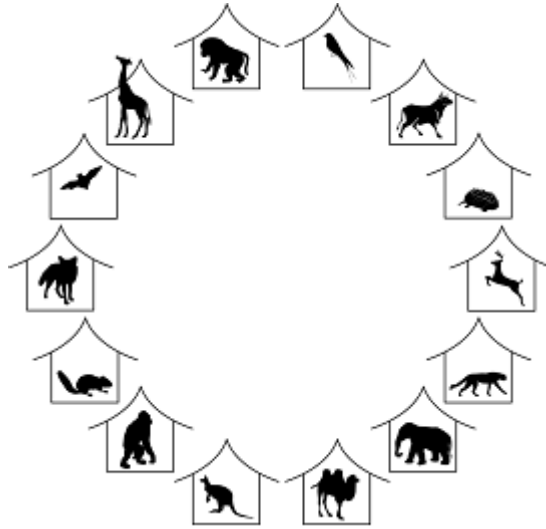
문제 3 동물원(Zoo)

입력파일: *zoo.in*

출력파일: *zoo.out*

시간과 메모리 제한: 2 초, 16 MB

아시아-태평양 지역의 자랑거리로 새로 지어진 원형동물원이 있다. 태평양의 작은 섬에 있는 이 동물원은 다음 그림과 같이 동물우리들이 큰 원형의 형태를 이루고 있으며, 이들 각 우리 안에는 고유의 동물 한 마리가 있다.



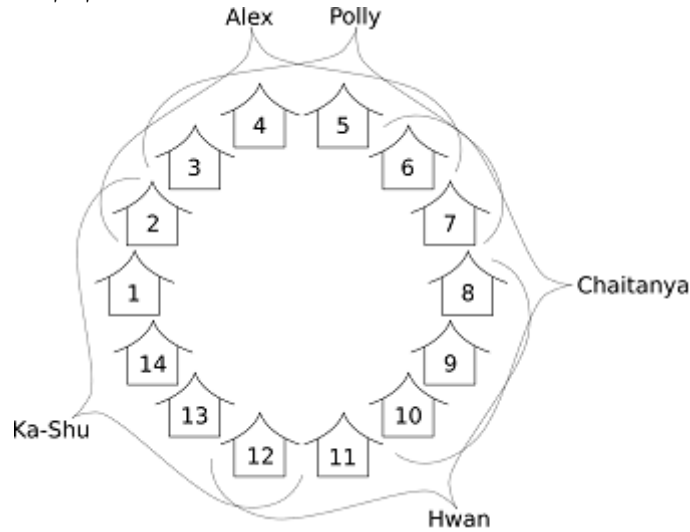
동물들을 관람하는 아이들에 대하여 가능하면 많은 아이들이 관람을 즐겁게 하도록 하는 일이 주어져 있다. 동물원을 관람하러 온 아이들을 즐겁게 하는 것은 쉬운 일이 아니다 - 어떤 아이들이 좋아하는 동물도 있고, 어떤 아이들이 무서워하는 동물도 있다. 예를 들어 Alex 는 원숭이와 코알라는 귀여워서 이들 동물을 좋아하지만, 사자는 날카로운 이빨 때문에 싫어한다. 반면에 Polly 는 아름다운 머리털 때문에 사자를 좋아하지만, 코알라는 아주 지독한 냄새 때문에 싫어한다.

아이들이 무서워하는 어떤 동물들을 다른 동물원으로 옮길 수 있는 선택권이 주어져 있다 하자. 너무 많은 동물을 옮기는 것이 좋지 않을 수 있다. 왜냐하면 아이들이 구경할 동물이 없을 수도 있기 때문이다. 가능하면 많은 아이들이 즐거워할 수 있도록 다른 동물원으로 옮길 동물들을 결정하고자 한다.

각 어린이는 동물원의 우리들이 이루는 원의 바깥쪽에 서 있으며, 자기 앞에 있는 연속하는 5 개의 우리에 있는 동물들만 구경한다. 각 어린이가 무서워하는 동물들과 좋아하는 동물들의 목록이 주어져 있다. 어린이는 다음을 만족하면 즐거워한다:

- 자기가 구경하는 동물들 중 자신이 무서워하는 동물이 한 마리 이상 옮겨지든지 혹은
- 자기가 구경하는 동물들 중 좋아하는 한 마리 이상의 동물이 남아 있다.

예를 들어, 어린이들이 좋아하는 동물들의 목록과 무서워하는 동물들의 목록이 아래와 같이 주어졌다고 하자.



어린이	구경하는 우리	무서워하는 동물들	좋아하는 동물들
Alex	2, 3, 4, 5, 6	우리 4	우리 2, 6
Polly	3, 4, 5, 6, 7	우리 6	우리 4
Chaitanya	6, 7, 8, 9, 10	우리 9	우리 6, 8
Hwan	8, 9, 10, 11, 12	우리 9	우리 12
Ka-Shu	12, 13, 14, 1, 2	우리 12, 13, 2	-

우리 4 와 12 에 있는 동물을 다른 동물원으로 옮긴다고 하자. 그러면 Alex 와 Ka-Shu 는 즐겁다. 왜냐하면, 이들 어린이는 자신이 무서워하는 한 마리 이상의 동물이 없어졌기 때문이다. 또, Chaitanya 는 자신이 좋아하는 우리 6 과 8 의 동물이 남아있기 때문에 즐겁다. 그러나 Polly 와 Hwan 은 자신들이 좋아하는 동물은 모두 옮겨져서 볼 수 없고 또한 무서워하는 동물들은 한 마리도 옮겨지지 않았기 때문에 즐겁지 않다. 그러므로 우리 4 와 12 에 있는 동물을 옮기면 즐거운 아이들은 총 3 명이 된다.

대신에 우리 4 와 6 의 동물을 다른 동물원으로 옮긴다고 하자. Alex 와 Polly 는 각각 자신이 무서워하는 한 마리 이상의 동물이 없어졌기 때문에 즐겁다. 그리고 Chaitanya 는 좋아하는 우리 6 의 동물이 없어졌지만 좋아하는 우리 8 의 동물을 볼 수 있기 때문에 즐겁다. 마찬가지로 Hwan 은 좋아하는 우리 12 의 동물을 볼 수 있으므로 즐겁다. Ka-Shu 만 즐겁지 않다.

다른 방법으로 우리 13의 동물만 옮긴다고 하자. Ka-Shu는 자신이 무서워하는 동물 하나가 없어졌기 때문에 즐겁다. 그리고 Alex와 Polly, Chaitanya, Hwan 모두 자신이 좋아하는 동물이 한 마리 이상 남아 있어서 즐겁다. 이럴 경우 가장 많은 5명의 어린이가 즐겁다.

입력

입력의 첫 번째 줄에 두 정수 N 과 C 가 나온다. $N(10 \leq N \leq 10\,000)$ 은 동물 우리의 개수이고 $C(1 \leq C \leq 50\,000)$ 는 아이들 수이다. 동물 우리들은 원 주위에 시계방향으로 $1, 2, \dots, N$ 으로 번호가 붙여져 있다.

이어서 C 개의 줄이 주어지는데, 각 줄에는 각 어린이가 구경하는 우리들, 좋아하는 동물들, 싫어하는 동물들이 다음의 형태로 주어진다

$$E \ F \ L \ X_1 \ X_2 \ \dots \ X_F \ Y_1 \ Y_2 \ \dots \ Y_L$$

여기서:

- E 는 이 어린이가 구경하는 첫 번째 우리의 번호이다 ($1 \leq E \leq N$). 즉, 이 어린이가 구경하는 우리의 번호들은 $E, E+1, E+2, E+3$ 과 $E+4$ 이다. 우리의 번호가 N 보다 큰 경우, 처음으로 돌아간다. 만약 $N = 14, E = 13$ 이면, 이 어린이가 구경하는 우리의 번호들은 $13, 14, 1, 2, 3$ 이다.
- F 는 이 어린이가 무서워하는 동물들의 수이고, L 은 좋아하는 동물들의 수이다.
- X_1, \dots, X_F 는 이 어린이가 무서워하는 동물이 있는 우리의 번호들이다 ($1 \leq X_1, \dots, X_F \leq N$).
- Y_1, \dots, Y_L 은 이 어린이가 좋아하는 동물이 있는 우리의 번호들이다 ($1 \leq Y_1, \dots, Y_L \leq N$).
- $X_1, \dots, X_F, Y_1, \dots, Y_L$ 은 모두 다르고, 이들 모든 정수들은 이 아이가 구경하는 우리의 번호를 나타낸다.

어린이들은 첫 번째 우리번호를 나타내는 E 값에 따라 정렬된 순서로 나온다 (E 값이 가장 작은 어린이가 처음에 나오고, E 값이 가장 큰 어린이가 마지막에 나온다). E 값이 같은 어린이가 두 명 이상 있을 수 있음에 유의하라.

출력

동시에 즐거워할 수 있는 어린이의 최대수를 나타내는 정수 하나만 출력한다.

입력 예 1

```
14 5
2 1 2 4 2 6
3 1 1 6 4
6 1 2 9 6 8
8 1 1 9 12
12 3 0 12 13 2
```

출력 예 1

5

입력 예 2

```
12 7
1 1 1 1 5
5 1 1 5 7
5 0 3 5 7 9
7 1 1 7 9
9 1 1 9 11
9 3 0 9 11 1
11 1 1 11 1
```

출력 예 2

6

설명

입력 예 1 은 위에서 설명한 예로서 모든 $C=5$ 명의 아이들을 즐겁게 할 수 있는 예이고, 입력 예 2 는 $C=7$ 명의 모든 아이들을 즐겁게 만들 수 없는 예이다.

배점

각 입력에 대해, 올바른 결과를 출력파일에 쓸 경우 100%의 점수를 받고, 그렇지 않으면 0%가 주어진다.